

Sadržaj

I	Teorijske osnove	5
1	Uvod	7
1.1	Poreklo i upotreba termina "haos"	9
1.2	Istorija razvoja haosa	10
1.3	Haotično ponašanje	12
1.4	Značaj nelinearnosti	15
1.5	Dinamički pogled na svet	18
2	Jednodimenzionalni sistemi	21
2.1	Uvod	21
2.2	Geometrijski pristup rešavanju	21
2.3	Kvalitativna analiza diferencijalnih jednačina	24
2.4	Fiksne tačke i stabilnost	25
2.5	Kratak istorijat teorije stabilnosti	25
2.6	Rast brojnosti populacije	26
2.7	Linearna analiza stabilnosti	28
2.8	Teorema o egzistenciji i jedinstvenosti rešenja	29
2.9	Nemogućnost oscilacija	30
2.10	Potencijali	31
3	Bifurkacije u jednodimenzionalnim sistemima	33
3.1	Uvod	33
3.2	Sedlo-čvor bifurkacija	34
3.3	Transkritična bifurkacija	36
3.4	Vilasta bifurkacija	37
3.5	Kretanje perle po rotirajućem obruču	41

3.6	”Nesavršene” bifurkacije i katastrofe	48
3.7	Najezda insekata	52
3.7.1	Analiza fiksnih tačaka	53
3.7.2	Određivanje bifurkacionih krivih	54
4	Jednodimenzionalni sistemi na kružnici	57
4.1	Uvod	57
4.2	Uniformni oscilator	58
4.3	Neuniformni oscilator	59
4.3.1	Period oscilovanja	61
4.3.2	”Duhovi” i ”uska grla”	62
4.4	Klatno u otpornoj sredini	64
4.5	Svetlucanje svitaca	65
5	Dvodimenzionalni linearni sistemi	69
5.1	Definicije i primeri	69
5.1.1	Fizička interpretacija	71
5.1.2	Definicija stabilnosti	72
5.2	Klasifikacija linearnih sistema	73
5.2.1	Klasifikacija fiksnih tačaka	76
6	Nelinearni sistemi u ravni	81
6.1	Fazni portret	81
6.2	Egzistencija i jedinstvenost rešenja	83
6.3	Fiksne tačke i linearizacija	84
6.3.1	Linearizovani sistem	84
6.3.2	Klasifikacija fiksnih tačka	85
6.4	Lotka-Voltera model	87
6.5	Konzervativni sistemi	90
7	Granični ciklus	95
7.1	Uvod	95
7.1.1	Odbacivanje mogućnosti pojave zatvorene orbite	98
7.2	Poenkare-Bendiksonova teorema	100
7.3	Relaksacione oscilacije	103
7.4	Slabo nelinearni oscilatori	105
8	Bifurkacije u višedimenzionalnim sistemima	115
8.1	Uvod	115
8.2	Transkritične i vilaste bifurkacije	119

8.3	Hopfove bifurkacije	120
8.3.1	Natkritična Hopfova bifurkacija	120
8.3.2	Potkritična Hopfova bifurkacija	122
8.4	Oscilujuća hemijska reakcija	125
8.5	Globalne bifurkacije ciklusa	129
8.5.1	Bifurkacije sa beskonačnim periodom	130
8.5.2	Homoklinička bifurkacija	131
8.6	Spregnuti oscilatori i kvaziperiodičnost	133
8.6.1	Spregnuti sistemi	135
8.7	Poenkareova preslikavanja	137
9	Lorencove jednačine	143
9.1	Uvod	143
9.2	"Haotični" vodenični točak	144
9.2.1	Zakon održanja mase	147
9.2.2	Zakon promene momenta količine kretanja	149
9.2.3	Amplitudne jednačine	150
9.2.4	Fiksne tačke sistema	151
9.3	Neka svojstva Lorencovih jednačina	152
9.3.1	Fiksne tačke Lorencovog sistema	154
9.3.2	Linearna stabilnost koordinantog početka	155
9.3.3	Stabilnost fiksnih tačaka sistema C^+ i C^-	156
9.4	Haos na stranom atraktoru	158
9.4.1	Ljapunovljev eksponent	160
9.4.2	Kolmogorovljeva (K) entropija	162
9.4.3	Definisanje haosa	163
9.4.4	Definisanje atraktora i stranog atraktora	163
9.5	Istraživanje parametarskog prostora	167
9.6	Upotreba haosa za slanje tajnih poruka	169
9.6.1	Eksperiment	169
9.6.2	Dokaz sinhronizacije	171
10	Jednodimenzionalna preslikavanja	175
10.1	Uvod	175
10.2	Fiksne tačke i paukove mreže	176
10.2.1	Paukove mreže za jednodimenzionalna preslikavanja	177
10.3	Numerički pristup logističkom preslikavanju	177
10.4	Periodični prozori	181
10.4.1	Intermitentnost	183
10.5	Ljapunovljevi eksponenti	185

10.6	Univerzalnost i eksperimenti	186
10.6.1	Kvalitativna univerzalnost: U -niz	187
10.6.2	Kvantitativna univerzalnost	188
10.6.3	Reslerov sistem	189
10.7	Renormalizacija	190
10.7.1	Renormalizacija za "pešake"	194
11	Fraktali	197
11.1	Uvod	197
11.2	Kantorov skup	199
11.2.1	Kantorova funkcija	200
11.3	Pojam dimenzije i fraktalne dimenzije	202
11.3.1	Konstrukcija Mengerovog sundera	204
11.3.2	Konstrukcija trougla Sierpinskog	205
11.3.3	Zmajolika kriva	205
11.3.4	Opštiji Kantorovi skupovi	207
11.4	Dimenzija objekta	207
11.4.1	Tačkaste i korelacione dimenzije	208
11.5	Multifraktali	210
11.6	Slučajni fraktali	213
12	Strani atraktori	215
12.1	Uvod	215
12.1.1	Značaj disipacije	217
12.2	Enoovo preslikavanje	218
12.2.1	Biranje parametara	220
12.3	Reslerov sistem	222
12.4	Bistabilnost magnetno-elastičnog mehaničkog sistema	226
12.5	Oscilator sa "dve jame" pod dejstvom prinudne sile	227
12.5.1	Tranzijentni kaos	229
II	Primena	231
13	Modelovanje saobraćajnog toka	233
13.1	Uvod	233
13.2	Osnovna i praktična pitanja	235
13.2.1	Neka osnovna pitanja	235
13.2.2	Neka praktična pitanja	236
13.3	Klasifikacija modela saobraćajnog toka	237

13.4 Makroskopski modeli	237
13.5 Mikroskopski modeli	237
13.5.1 Modeli sleđenja vozila	238
13.5.2 Modeli ćelijskih automata (CA)	238
13.5.3 Kinetičko teorijski modeli	239
13.6 Mezoskopski modeli	239
13.6.1 Eksperimentalno-empirijsko-numerički pristup	239
13.7 Teorija drumskog saobraćaja zasnovana na dinamici fluida . .	240
13.8 Kinetička teorija u automobilskom saobraćaju	240
13.8.1 Prigožinov model	241
13.8.2 Teorija "praćenja vozila"	241
13.8.3 "Rešetka modeli" drumskog saobraćaja	247
13.8.4 Model Jukava-Kikuči	248
13.8.5 Nagel-Šrekenbergov model ćelijskih automata, za saobraćajni tok na autoputu	249
13.9 Saobraćajna gužva izazvana fluktuacijom u kretanju vodećeg vozila	252
13.10Efekti vremenskog kašnjenja u modelima saobraćajnog toka .	254
13.10.1 Poreklo vremenskog kašnjenja u saobraćajnoj dinamici	254
13.11Koja je prava mera vremenskog kašnjenja u reakcijama vozača	257
13.12Modeli saobraćajnog toka sa uključenim vremenskim kašnjenjem	258
13.12.1 Čendlerov model	258
13.12.2 Gazisovi modeli	259
13.12.3 Modeli optimalne brzine	259
13.13Kontrola saobraćaja na osnovi modela optimalne brzine . . .	260
13.13.1 Dejvisovi modeli	261
13.14Model inteligentnog vozača i model	261
13.15Modeli praćenja više vozila	262
13.16Pretpostavke i analiza matematičkih modela	263
13.17Linearna analiza sa jednim kašnjenjem	264
13.17.1 Slučaj kada se N vozila kreću u kružnom toku	264
13.17.2 Slučaj $N = 2$	265
13.18Modeli sa više kašnjenja	265
13.19Kašnjenja koja zavise od vremena	266
13.20Unapređenje stabilnosti saobraćaja praćenjem više vozila . . .	266
13.21Zaključak	267

14 Nelinearni geodinamički procesi	269
14.1 Zemljotresi	270
14.1.1 Mehanizam nastanka zemljotresa	271
14.1.2 Baridž-Knopof model	274
14.1.3 Zakoni trenja zavisni od brzine i stanja	279
14.1.4 Dinamika kretanja bloka u BK modelu	283
14.1.5 Madariaga sistem	288
14.1.6 Sistem Bekera	294
14.2 Klizišta	299
14.2.1 Nelinearni dinamički model	303
14.2.2 Polinomijalni model	310
14.2.3 Model katastrofe	312
15 Primena metoda teorije nelinearne dinamike	321
15.1 Uvod	321
15.2 Neuronski sistemi kao primer kompleksnih sistema	322
15.3 Glavni elementi teorije sinhronizacije	327
15.3.1 Sinhronizacija dva slabo kuplovana fazna oscilatora	330
15.3.2 Sinhronizacija na populaciji globalno kuplovanih faznih oscilatora	334
15.3.3 Pogled na sinhronizaciju haotičnih oscilatora	337
15.3.4 Stabilnost kompletno sinhronizovanog stanja na kompleksnim mrežama	339
15.4 Uloga i značaj sinhronizacije na neuronskim sistemima	342
15.5 Fizičko modelovanje lokalne i kolektivne dinamike	346
15.5.1 Fiziološka osnova dinamike neurona	347
15.5.2 Modeli neurona iz ugla teorije nelinearne dinamike	348
15.5.3 Šum i kašnjenje u interakcijama: poreklo i uloga u modelima dinamike neuronskih sistema	353
15.5.4 Pojam ekscitabilnosti	355
15.5.5 Klasifikacija ekscitabilnih sistema	356
15.5.6 Ekscitabilnost i šum: pojava rezonantnih fenomena	357
15.5.7 Fithugh-Nagumo model: primer ekscitabilne dinamike tipa II	358
15.5.8 Dinamika populacije FHN neurona pod dejstvom šuma i sinaptičkog kašnjenja: paradigma kolektivnog ponašanja makroskopskih neuronskih sistema	362
15.5.9 Pojam stohastičke bifurkacije	364
15.5.10 MF pretpostavke i izvođenje MF modela	366

15.5.11 Spontano klasterovanje kao fenomen samoorganizacije u populaciji FHN neurona pod dejstvom šuma i sinaptičkog kašnjenja	370
III Dodaci	373
16 Fazni portreti dvodimenzionalnih linearnih sistema	375
16.1 Linearni sistemi drugog reda	375
16.1.1 Konstrukcija rešenja linearnih sistema	376
16.1.2 Normalna forma linearnih sistema	381
16.1.3 Klasifikacija stacionarnih tačaka linearnih sistema . . .	385
17 Definicije i dokazi teorema	393
17.1 Dokaz teoreme o egzistenciji i jedinstvenosti rešenja	393
17.2 Definicija invarijante	398
17.3 Hartman-Grobmanova teorema	399
17.4 Neki osnovni pojmovi iz topologije	401
18 Poznatiji haotični sistemi	403
18.1 Neinvertibilna preslikavanja	403
18.1.1 Logističko preslikavanje	403
18.1.2 Sinusno preslikavanje	403
18.1.3 "Šator" preslikavanje	403
18.1.4 Linearni kongruentni generator	404
18.1.5 Kubno preslikavanje	404
18.1.6 Rikerov populacioni model	404
18.1.7 Gausovo preslikavanje	404
18.1.8 "Šiljato" preslikavanje	404
18.1.9 Gausovo "belo" haotično preslikavanje	405
18.1.10 Pinčersovo preslikavanje	405
18.1.11 Spensovo preslikavanje	405
18.1.12 "Sinusno-kružno" preslikavanje	405
18.2 Disipativna preslikavanja	405
18.2.1 Enoovo preslikavanje	405
18.2.2 Lozievo preslikavanje	406
18.2.3 Logističko preslikavanje sa kašnjenjem	406
18.2.4 Zvonasto preslikavanje	406
18.2.5 Burgersovo preslikavanje	406
18.2.6 Holmsovo preslikavanje	407

18.2.7	Kaplan-Jorkovo preslikavanje	407
18.2.8	Disipativno standardno preslikavanje	407
18.2.9	Ikedino preslikavanje	407
18.2.10	Sinajevo preslikavanje	408
18.2.11	Diskretno "predator-lovina" preslikavanje	408
18.3	Konzervativna preslikavanja	408
18.3.1	Čirikovljevo (standardno) preslikavanje	408
18.3.2	Enoovo kvadratno preslikavanje koje očuvava oblast	408
18.3.3	Arnoldovo preslikavanje	409
18.3.4	Džindžerbredmanovo preslikavanje	409
18.3.5	Haotično "mrežasto" preslikavanje	409
18.3.6	Lorencovo 3-D haotično preslikavanje	409
18.4	Disipativni tok pod dejstvom prinudne sile	410
18.4.1	Klatno sa prigušenjem	410
18.4.2	Van der Polov oscilator	410
18.4.3	Šo-Van der Polov oscilator	410
18.4.4	Prinudni Briselator	410
18.4.5	Uedin oscilator	411
18.4.6	Dafingov oscilator sa dve "jame"	411
18.4.7	Dafing- Van der Polov oscilator	411
18.4.8	Rejli-Dafingov oscilator	411
18.5	Autonomni disipativni tok	412
18.5.1	Lorencov atraktor	412
18.5.2	Reslerov atraktor	412
18.5.3	Lorencov atraktor bez difuzije	412
18.5.4	Složeni leptir	413
18.5.5	Čenov sistem	413
18.5.6	Hedlijeva cirkulacija	413
18.5.7	ACT atraktor	414
18.5.8	Rabinovič-Fabrikant atraktor	414
18.5.9	Linearni sistem za kretanje krutog tela, sa povratnom spregom	414
18.5.10	Čuino kolo	415
18.5.11	Mur-Špigelov oscilator	415
18.5.12	Tomasov kružno-simetrični atraktor	415
18.5.13	Halvorsenov kružno-simetrični atraktor	416
18.5.14	Burk-Šoov atraktor	416
18.5.15	Raklidžov atraktor	416
18.5.16	VINDMI atraktor	417

18.5.17	Najprostiji kvadratni haotični tok	417
18.5.18	Najprostiji kubni haotični tok	417
18.5.19	Najprostiji deo-po-deo linearni haotični tok	418
18.5.20	”Dvostruko klizni” sistem	418
18.6	Konzervativni tok	418
18.6.1	Klatno pod dejstvom prinudne sile	418
18.6.2	Najprostiji haotični tokovi sa prinudom	419
18.6.3	Noze-Huverov oscilator	419
18.6.4	”Lavirint” haos	419
18.6.5	Eno-Heilesov sistem	420
19	Haotični sistemi necelog reda	421
19.1	Uvod	421
19.2	Definicija necelog izvoda	422
19.3	Stabilnost rešenja nelinearnih sistema necelog reda	423
19.4	Čuin sistem	426
19.4.1	Tradicionalni Čuin oscilator	426
19.4.2	Novi Čuin oscilator necelog reda	428
19.5	Dafingov oscilator necelog reda	429
19.6	Lorencov oscilator necelog reda	430
19.7	Reslerov oscilator necelog reda	431
20	Spektralna analiza	433
20.1	Uvod	433
20.2	FT diskretnih signala i DFT	436
20.2.1	Uvod	436
20.2.2	Furijeova transformacija diskretnih signala	438
20.2.3	Diskretna Furijeova transformacija	441
21	Neke približne metode rešavanja diferencijalnih jednačina prvog reda	449
21.1	Metoda sukcesivnih aproksimacija	449
21.2	Metoda neodređenih koeficijenata	451
21.3	Analitička metoda	452
21.4	Ojlerova metoda poligonalnih linija	453
21.5	Metoda Runge-Kuta	456
21.6	Adamsova metoda	457
21.7	Milnova metoda	458
21.8	Metoda Krilova	459
21.9	Poboljšana Pikarova metoda	460

22 Rešavanje diferencijalnih jednačina pomoću redova	463
22.1 Funkcionalni redovi. Potencijalni redovi	463
22.2 Rešavanje diferencijalnih jednačina pomoću redova	467
22.2.1 Korišćenje potencijalnog reda pri rešavanju diferencijalnih jednačina	468
23 Korisne matematičke formule	469
23.1 Trigonometrijske relacije	469
23.2 Hiperboličke funkcije	469
23.3 Logaritmi	470
23.4 Kompleksni brojevi	470
23.5 Diferencijali	471
23.6 Neodređeni integrali	472
23.7 Aproksimacije	473
23.8 Matrice i determinante	473
23.9 Koreni polinoma	474
23.9.1 Linearni sistemi	474
23.9.2 Kvadratni polinom	474
23.9.3 Polinom trećeg stepena	474
23.9.4 Njutn-Rafsonov metod	475
23.10 Vektorska analiza	475
IV Zadaci	477
24 Zadaci	479
24.1 Zadaci iz poglavlja 2	479
24.2 Zadaci iz poglavlja 3	485
24.3 Zadaci iz poglavlja 4	491
24.4 Zadaci iz poglavlja 5	492
24.5 Zadaci iz poglavlja 6	499
24.6 Zadaci iz poglavlja 7	505
24.7 Zadaci iz poglavlja 8	513
24.8 Zadaci iz poglavlja 9	519
24.9 Zadaci iz poglavlja 10	521
24.10 Zadaci iz poglavlja 11	529
24.11 Zadaci iz poglavlja 12	532
25 Beleške	537

Literatura	543
26 Rečnik	565
Beleška o autorima	571
Registar pojmova	575

