

Садржај

ПРЕДГОВОР	1
УВОД	3
1. Предмет теорије вероватноће.....	3
2. Преглед историјског развоја теорије вероватноће	5

І део ТЕОРИЈА ВЕРОВАТНОЋЕ

Глава 1

ВЕРОВАТНОЋА СЛУЧАЈНОГ ДОГАЂАЈА.....	13
1.1. Случајни догађаји, алгебра догађаја.....	13
1.1.1. Догађај и скуп	13
1.1.2. Простор елементарних догађаја. Алгебра догађаја	15
Задаци	20
1.2. Вероватноћа случајног догађаја.....	23
1.2.1. Класична дефиниција вероватноће	23
Задаци	27
1.2.2. Геометријска дефиниција вероватноће.....	29
Задаци	33
1.2.3. Статистичка дефиниција вероватноће	34
1.2.4. Аксиоматска дефиниција вероватноће	35
1.3. Основне формуле теорије вероватноће.....	37
1.3.1. Условна вероватноћа. Вероватноћа производа и збира догађаја. Независност догађаја	37
Задаци	46

1.3.2. Формула тоталне вероватноће. Бајесова теорема	52
Задачи	55

Глава 2

СЛУЧАЈНЕ ПРОМЕНЉИВЕ	61
2.1. Једнодимензионална случајна променљива.....	61
2.1.1. Закон расподеле вероватноћа и функција расподеле (кумулятивни закон) дискретне једнодимензионалне случајне променљиве.....	62
Задачи	66
2.1.2. Функција расподеле и густина расподеле вероватноћа непрекидне једнодимензионалне случајне променљиве.....	69
Задачи	77
2.2. Дводимензионална случајна променљива	81
2.2.1. Општи појам вишедимензионалне случајне променљиве	81
2.2.2. Расподела вероватноћа дискретне дводимензионалне случајне променљиве. Функција расподеле	81
Задачи	85
2.2.3. Непрекидна дводимензионална случајна променљива (X, Y). Функција расподеле и густина расподеле вероватноћа.....	87
Задачи	90
2.2.4. Маргиналне и условне расподеле вероватноћа. Зависне и независне случајне променљиве	91
Задачи	97

Глава 3

ФУНКЦИЈЕ СЛУЧАЈНИХ ПРОМЕНЉИВИХ	101
Задачи	112

Глава 4

ПАРАМЕТРИ ИЛИ БРОЈНЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ СЛУЧАЈНИХ ПРОМЕНЉИВИХ	117
4.1. Параметри који репрезентују центар растурања једнодимензионалне случајне променљиве: математичко очекивање, медијана и мода	117
Задачи	132
4.2. Параметри који мере растурање вредности једнодимензионалне случајне променљиве око центра растурања: средње апсолутно одступање, дисперзија и стандардно одступање	137
Задачи	148
4.3. Коефицијенти асиметрије и ексцеса расподела вероватноћа једнодимензионалне случајне променљиве	154
Задачи	157

4.4.	Параметри расподеле дводимензионалне случајне променљиве (X, Y) .	
	Коефицијент корелације	159
	Задаци	167
4.5.	Функција изводница и карактеристична функција	168
4.5.1.	Функција изводница	168
4.5.2.	Карактеристична функција	177
	Задаци	185

Глава 5

ОСНОВНЕ РАСПОДЕЛЕ ВЕРОВАТНОЋА		
ДИСКРЕТНЕ СЛУЧАЈНЕ ПРОМЕНЉИВЕ		187
5.1.	Биномна расподела	187
	Задаци	194
5.2.	Хипергеометријска расподела	196
	Задаци	201
5.3.	Геометријска и негативна биномна расподела	202
	Задаци	205
5.4.	Поасонова расподела	206
	Задаци	215

Глава 6

ОСНОВНЕ РАСПОДЕЛЕ НЕПРЕКИДНЕ		
СЛУЧАЈНЕ ПРОМЕНЉИВЕ		217
6.1.	Равномерна расподела	217
6.2.	Експоненцијална расподела	218
	Задаци	220
6.3.	Нормална расподела	222
	Задаци	230
6.4.	Логаритамско нормална расподела	233
6.5.	Гама и бета расподеле. Хи-квадрат расподела	235
	Задаци	241
6.6.	Студентова расподела	242
	Задаци	246
6.7.	Фишерава расподела. Снедекорова F-расподела	247
	Задаци	248
6.8.	Дводимензионална нормална расподела	248
	Задаци	252

Глава 7

ГРАНИЧНЕ ТЕОРЕМЕ ТЕОРИЈЕ ВЕРОВАТНОЋЕ		253
7.1.	Појам закона великих бројева и централне граничне теореме	253
7.2.	Различити облици закона великих бројева	255
	Задаци	263

7.3.	Локална и интегрална теорема Муавр-Лапласа	264
	Задачи	269
7.4.	Централна гранична теорема	271
	Задачи	276

Глава 8

СЛУЧАЈНИ ПРОЦЕСИ	279	
8.1.	Интуитивно увођење случајне функције.....	279
8.2.	Појам случајне функције као уопштење појма система случајних величина. Закон расподеле случајне функције	281
8.3.	Математичко очекивање и дисперзија случајне функције $X(t)$. Корелациона функција случајне функције	283
	8.3.1. Питања за понављање. Задачи. Примери	288
8.4.	Операције над случајним функцијама.....	295
	8.4.1. Појам линеарног оператора	295
	8.4.2. Линеарне трансформације случајних функција	297
	8.4.2.1. Извод случајне функције	298
	8.4.2.2. Интеграл случајне функције.....	300
	8.4.3. Питања за понављање. Задачи.....	303
8.5.	Класификација случајних процеса	305
	8.5.1. Процеси са независним прираштајима	305
	8.5.2. Процеси Маркова.....	306
	8.5.3. Стационарни процеси.....	307
	8.5.4. Поасонови процеси.....	307
8.6.	Ланци Маркова.....	310
	8.6.1. Уводне напомене	310
	8.6.2. Вектор вероватноћа. Стохастичка матрица	311
	8.6.3. Задачи	314
	8.6.4. Ланци Маркова. Матрица прелазних вероватноћа	316
	8.6.5. Класификација стања и ланаца Маркова	323
	8.6.6. Задачи	329

II део

МАТЕМАТИЧКА СТАТИСТИКА

Глава 9

СТАТИСТИЧКА АНАЛИЗА	333	
9.1.	Дефиниције и основни појмови математичке статистике	333
9.2.	Формирање статистичких табела. Хистограми и полигони емпиријске расподеле фреквенција	339
9.3.	Карактеристике емпиријске расподеле	344

9.3.1. Аритметичка средина, медијана, мода и друге карактеристике центра растурања	344
Задачи	354
9.3.2. Стандардно одступање и друге мере растурања (дисперзије)	364
Задачи	369
9.3.3. Моменти, асиметрија и спљоштеност.....	371
Задачи	373

Глава 10

МЕТОДА УЗОРАКА	377
10.1. Елементарна теорија узорака (велики узорци)	377
10.2. Расподеле вероватноћа неких статистика	378
10.2.1. Расподела аритметичких средина узорака.....	378
Задачи	382
10.2.2. Расподела фреквенција у узорцима.....	383
Задачи	386
10.2.3. Емпиријска расподела разлике и збира статистика	387
Задачи	389
10.3. Стандардна грешка неких статистика	390
Задачи	394

Глава 11

ТЕОРИЈА ОЦЕНА	397
11.1. Тачкасте оцене.....	398
11.1.1. Тачкасте оцене. Метода момената. Шепардова корекција момента.....	398
11.1.2. Класификација тачкастих оцена	400
Задачи	413
11.1.3. Метода максималне веродостојности	417
Задачи	423
11.2. Интервалне оцене.....	424
11.2.1. Интервал поверења за средњу вредност основне нормалне популације чија је дисперзија позната.....	426
Задачи	429
11.2.2. Интервал поверења за средњу вредност основне нормалне популације чија је дисперзија непозната.....	431
Задачи	433
11.2.3. Интервал поверења дисперзије основне нормалне популације.....	435
Задачи	440
11.2.4. Интервал поверења за параметар p биномне расподеле.....	441
Задачи	443
11.2.5. Интервал поверења разлике и збира статистика.....	444
Задачи	446

Глава 12

ВЕРИФИКАЦИЈА СТАТИСТИЧКИХ ХИПОТЕЗА	449
12.1. Појам статистичке хипотезе.....	449
12.1.1. Дефиниција и класификација хипотеза	449
12.1.2. Врсте алтернативних хипотеза. Врсте грешака у тестирању.....	452
Задачи	456
12.2. Тестирање параметарских хипотеза	458
12.2.1. Тестирање хипотезе о средњој вредности	458
Задачи	461
12.2.2. Тестирање једнакости средњих вредности два основна скупа помоћу њихових узорака.....	465
Задачи	467
12.2.3. Тестирање хипотеза у вези с пропорцијама основног скупа на основу узорака.....	469
Задачи	475
12.2.4. Тестирање хипотезе о једнакости дисперзија нормалних скупова	480
Задачи	481
12.3. Тестирање непараметарских хипотеза	483
12.3.1. Тест хи-квадрат за верификацију непараметарских хипотеза ...	484
Задачи	492
12.3.2. Тест λ Колмогорова за верификацију непараметарских хипотеза	498
Задачи	502
12.3.3. Примена нормалног папира за тестирање хипотезе о нормалној расподели	506
12.4. Дисперзиона анализа	508
12.4.1. Дисперзиона анализа у случају једноструке класификације	509
Задачи	515
12.4.2. Дисперзиона анализа у случају двоструке класификације	517
Задачи	521
12.5. Тест независности	523
Задачи	527

Глава 13

ТЕОРИЈА КОРЕЛАЦИЈЕ.....	529
13.1. Метода најмањих квадрата.....	529
Задачи	540
13.2. Корелација. Коефицијент корелације.....	542
Задачи	553
13.3. Метод узорака у теорији корелације	555
Задачи	560
13.4. Вишеструка и парцијална корелација	561
Задачи	572

Глава 14

АНАЛИЗА ВРЕМЕНСКИХ СЕРИЈА	575
14.1. Предмет анализе временских серија.....	575
14.2. Елементарно описивање временских серија.....	577
14.3. Изравњање временских серија помоћу покретних средина.....	579
14.4. Изравњање временских серија помоћу адаптивних покретних средина.....	584
14.5. Аналитичко изравњање временске серије	587
14.6. Интервалне оцене тренда и екстраполација тренда.....	595
Задаци	602
14.6. Интервалне оцене тренда и екстраполација тренда.....	595
Задаци	602

ПРИЛОГ – СТАТИСТИЧКЕ ТАБЕЛЕ

Табела I. Вероватноће биномне расподеле.....	607
Табела II. Вероватноће Поасонове расподеле	610
Табела III. Вредности функције густине нормиране нормалне расподеле	612
Табела IV. Вредности Лапласове функције	613
Табела V. Вредности χ^2_α за које је $P(\chi^2 > \chi^2_\alpha) = \alpha$	614
Табела VI. Расподела t Студента. Вредности t_α за које је испуњена релација $P(t > t_\alpha) = \alpha$	615
Табела VII. Вредности F_0 за које је $P(F > F_0) = 0,05$	616
Табела VIII. Расподела α Колмогорова-Смирнова.....	618
Табела IX. Вредности K^* (линеарни тренд) за $1 - \alpha = 0,90$	619
Табела X. Случајни бројеви	620
ЛИТЕРАТУРА.....	625
ОСНОВНИ ПОЈМОВИ ИЗ МАТЕМАТИЧКЕ СТАТИСТИКЕ	627
БЕЛЕШКА О АУТОРИМА.....	635