

# SADRŽAJ

<b>PREDGOVOR</b> .....	<b>1</b>
<b>Glava 1. FUNKCIJE VIŠE NEZAVISNO PROMENLJIVIH</b> .....	<b>3</b>
1.1. Pojam funkcije više nezavisno promenljivih. Oblast definisanosti. Načini zadavanja. Geometrijsko predstavljanje funkcije dveju promenljivih .....	3
1.2. Parcijalni i potpuni priraštaj funkcije dve nezavisno promenljive. Granična vrednost. Neprekidnost .....	8
1.3. Parcijalni izvodi dveju i više nezavisno promenljivih .....	12
1.4. Totalni diferencijal .....	17
1.5. Izvod složene funkcije .....	20
1.6. Izvod funkcije zadane implicitno .....	22
1.7. Tejlorova formula za funkcije više nezavisno promenljivih .....	25
1.8. Maksimum i minimum funkcija dveju i više promenljivih .....	29
1.9. Vezani maksimumi i minimumi .....	34
1.10. Konstrukcija empirijskih formula metodom najmanjih kvadrata .....	39
1.11. Površine u prostoru .....	43
1.11.1. Cilindrične površine .....	43
1.11.2. Obrtne površine .....	45
1.11.3. Pregled nekih površina .....	47
1.12. Zadaci uz glavu 1 .....	57

**Glava 2. DIFERENCIJALNE JEDNAČINE PRVOG REDA..... 71**

2.1. Osnovni pojmovi i definicije .....	71
2.2. Geometrijsko tumačenje diferencijalnih jednačina i njihovih rešenja.	74
2.3. Diferencijalne jednačine prvog reda sa razdvojenim promenljivim....	75
2.4. Homogene diferencijalne jednačine prvog reda .....	80
2.5. Jednačine koje se svode na homogene .....	84
2.6. Linearne diferencijalne jednačine prvog reda.....	86
2.7. Bernulijeva jednačina .....	92
2.8. Jednačina sa totalnim diferencijalom .....	94
2.9. Metoda integracionog množioca .....	97
2.10. Obvojnica jednoparametarske familije krivih .....	100
2.11. Lagranževa jednačina .....	106
2.12. Klerova jednačina.....	109
2.13. Ortogonalne i izogonalne trajektorije .....	110
2.14. Zadaci uz glavu 2.....	114

**Glava 3. DIFERENCIJALNE JEDNAČINE VIŠEG REDA..... 139**

3.1. Osnovni pojmovi i definicije .....	139
3.2. Jednačina oblika $y^{(n)} = f(x)$ .....	140
3.3. Jednačina oblika $y'' = f(x, y')$ - koja ne sadrži $y$ .....	141
3.4. Jednačina oblika $y'' = f(y, y')$ - koja ne sadrži $x$ .....	143
3.5. Linearne homogene diferencijalne jednačine .....	145
3.6. Linearne homogene diferencijalne jednačine drugog reda sa konstantnim koeficijentima .....	149
3.7. Linearne homogene jednačine $n$ -tog reda sa konstantnim koeficijentima .....	153
3.8. Nehomogene linearne jednačine drugog reda sa konstantnim koeficijentima .....	154
3.9. Lagranžev metod varijacije proizvoljnih konstanata .....	160
3.10. Snižavanje reda homogenih linearnih diferencijalnih jednačina .....	163
3.11. Euler-ova diferencijalna jednačina .....	167
3.12. Integracija diferencijalnih jednačina pomoću redova.....	170
3.13. Sistemi linearnih diferencijalnih jednačina sa konstantnim koeficijentima .....	172
3.14. Zadaci uz glavu 3.....	177

**Glava 4. ELEMENTI VEKTORSKE ANALIZE..... 197**

4.1. Vektorska funkcija skalarnog argumenta. Hodograf vektorske funkcije .....	197
---	-----

4.2.	Granična vrednost. Nепrekidnost i izvod vektorske funkcije.....	198
4.3.	Neodređeni i određeni integral vektorskih funkcija .....	204
4.4.	Primena vektorske analize na diferencijalnu geometriju. Tangenta, glavna normala, binormala (prirodni trijedrar). Normalna, oskulatorna i rektifikaciona ravan .....	205
4.5.	Krivina i torzija prostorne linije .....	211
4.6.	Zadaci uz glavu 4.....	214

## Glava 5. VIŠESTRUKI INTEGRALI..... 225

5.1.	Dvojni integral.....	225
5.1.1.	Definicija dvojnog integrala .....	225
5.1.2.	Osnovne osobine dvojnog integrala .....	227
5.1.3.	Izračunavanje dvojnog integrala .....	229
5.1.4.	Smena promenljive u dvojnog integralu .....	236
5.2.	Trojni integral.....	240
5.2.1.	Definicija i osnovne osobine trojnog integrala.....	240
5.2.2.	Izračunavanje trojnog integrala .....	243
5.2.3.	Smena promenljive u trojnom integralu.....	246
5.3.	Primena dvojnog i trojnog integrala .....	251
5.4.	Zadaci uz glavu 5.....	252

## Glava 6. KRIVOLINIJSKI I POVRŠINSKI INTEGRALI ..... 277

6.1.	Krivolinijski integrali prve vrste.....	277
6.1.1.	Definicija i osobine .....	277
6.1.2.	Izračunavanje i primena .....	279
6.2.	Krivolinijski integrali druge vrste.....	283
6.2.1.	Definicija i osobine .....	283
6.2.2.	Izračunavanje krivolinijskog integrala druge vrste .....	285
6.2.3.	Grinova formula .....	289
6.2.4.	Nezavisnost krivolinijskog integrala druge vrste od putanje integracije .....	292
6.3.	Površ u prostoru.....	294
6.3.1.	Osnovni pojmovi i površi u prostoru.....	294
6.3.2.	Površina dela površi .....	297
6.4.	Površinski integrali prve vrste .....	299
6.4.1.	Definicija i osobine .....	299
6.4.2.	Izračunavanje površinskog integrala prve vrste .....	300
6.5.	Površinski integrali druge vrste .....	301
6.5.1.	Definicija i osobine .....	301
6.5.2.	Izračunavanje površinskog integrala druge vrste .....	303

6.5.3. Formula Gaus-Ostrogradskog .....	306
6.5.4. Stoksova formula .....	308
6.6. Zadaci uz glavu 6.....	311
<b>Glava 7. ELEMENTI TEORIJE POLJA .....</b>	<b>337</b>
7.1. Pojam skalarnog polja. Izvod funkcije polja po pravcu .....	337
7.2. Pojam gradijenta.....	340
7.3. Pojam vektorskog polja .....	342
7.4. Protok (proticanje, fluks) vektora. Divergencija .....	343
7.5. Cirkulacija i rotor vektorskog polja.....	347
7.6. Zadaci uz glavu 7.....	350
<b>Glava 8. LAPLASOVA TRANSFORMACIJA .....</b>	<b>359</b>
8.1. Pojam, definicija i osobine .....	359
8.2. Laplasova transformacija izvoda i integrala .....	363
8.3. Neke specijalne funkcije i njihove Laplasove transformacije .....	369
8.3.1. Gama funkcija .....	369
8.3.2. Beselove funkcije .....	371
8.3.3. Sinusni, kosinusni i eksponencijalni integral .....	372
8.3.4. Funkcija greške (Error function: erf) .....	375
8.3.5. Hevisajdova i Dirakova delta funkcija .....	376
8.4. Inverzna Laplasova transformacija.....	378
8.5. Primena Laplasove transformacije u resavanju diferencijalnih jednačina .....	384
8.6. Prilozi .....	388
<b>Glava 9. REDOVI .....</b>	<b>391</b>
9.1. Red. Konvergencija reda .....	391
9.1.1. Pojam reda.....	391
9.1.2. Definicija konvergencije reda .....	392
9.1.3. Potreban uslov konvergencije .....	394
9.2. Redovi sa pozitivnih sabircima.....	395
9.2.1. Poredbeni kriterijumi .....	395
9.2.2. Dalamberov kriterijum .....	398
9.2.3. Košijev kriterijum .....	399
9.2.4. Rabeov kriterijum.....	400
9.2.5. Košijev integralni kriterijum .....	402
9.3. Konvergencija proizvoljnih redova .....	404
9.3.1. Apsolutna i uslovna konvergencija .....	404

9.3.2. Alternativni redovi. Lajbnicov kriterijum .....	406
9.4. Funkcionalni redovi.....	409
9.4.1. Osnovni problemi.....	409
9.4.2. Uniformna konvergencija. Vajerštrasov kriterijum.....	410
9.5. Stepeni redovi.....	412
9.5.1. Konvergencija stepenog reda. Poluprečnik konvergencije ....	412
9.5.2. Sumiranje stepenog reda .....	416
9.6. Razvoj funkcije u stepeni red .....	418
9.6.1. Osnovna teorema.....	418
9.6.2. Razvoj osnovnih funkcija u stepeni red .....	420
9.6.3. Praktično razvijanje funkcije u stepeni red .....	423
9.6.4. Stirlingova formula .....	426
9.7. Razvoj funkcije u Furijeov red.....	427
9.7.1. Razvoj periodične funkcije.....	427
9.7.2. Razvoj proizvoljne funkcije .....	431
9.8. Zadaci uz glavu 9.....	434
9.8.1. Primeri ispitnih zadataka uz glavu 9 .....	445
<b>Glava 10. ELEMENTI NUMERICKE ANALIZE.....</b>	<b>449</b>
10.1. Osnovni pojmovi o numeričkim metodama .....	449
10.2. Njutnova interpolaciona formula.....	451
10.2.1. Podeljene razlike .....	451
10.2.2. Osobine podeljenih razlika.....	452
10.2.3. Interpolacija sa podeljenim razlikama.....	453
10.2.4. Greška aproksimacije .....	454
10.2.5. Konačne razlike.....	457
10.2.6. Veze između podeljenih i konačnih razlika .....	458
10.2.7. Interpolacija sa konačnim razlikama .....	458
10.3. Inverzna interpolacija .....	463
10.3.1. Primena inverzne interpolacije na rešavanje algebarskih jednačina .....	466
10.4. Numeričko diferenciranje .....	468
10.5. Numerička integracija .....	469
10.6. Numeričko rešavanje diferencijalnih jednačina.....	475
10.6.1. Metoda stepenih redova .....	475
10.6.2. Metoda uzastopnih aproksimacija.....	479
10.6.3. Euler-ova metoda za numeričko rešavanje diferencijalnih jednačina .....	482
10.6.4. Euler-ova modifikovana metoda .....	485
10.6.5. Metoda Runge-Kuta .....	488
10.6.6. Adamsova metoda .....	491
10.7. Numeričke metode za rešavanje integralnih jednačina .....	495

10.7.1. Metoda zamene jezgra degenerisanim .....	499
10.7.2. Metoda integralnih suma .....	500
10.8. Numeričko izračunavanje Furijeovih koeficijenata .....	502
10.8.1. Metoda 12 ordinata .....	503
<b>LITERATURA .....</b>	<b>507</b>